

# Het raadsel van de mercatorprojectie

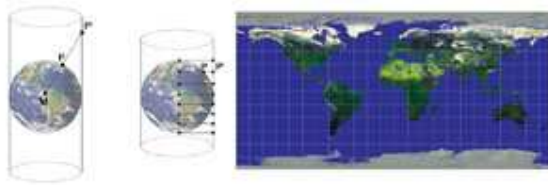
verschenen in: Zenit  
Auteur: Hans de Rijk  
Bron: Zenit  
Datum: 1/3/2001

**Gerard Mercator werd geboren in 1512 in Rupelmonde, een dorp aan de Schelde bij Antwerpen, en hij stierf in 1594 in Duisburg. Hij was een beroemd cartograaf, en niet alleen vanwege de vele uitstekende kaarten die hij graveerde en de globes die hij vervaardigde. Zijn vermaardheid is tevens te danken aan het feit dat hij voor zijn kaarten het Italiaanse kanselarijschrift gebruikte, dat door alle latere cartografen werd overgenomen. Zijn grootste bekendheid verwierf hij echter door de uitvinding van een nieuwe kaartprojectie, die zijn naam draagt: de mercatorprojectie.**

Wij kennen deze projectie allemaal: de rechthoekige wereldkaarten, die op school aan de wand hingen, zijn van dit type en verder is het ook nu nog de meest gebruikte kaartprojectie. Het ontstaan van deze projectiemethode is echter met nogal wat geheimzinnigheid omgeven.

In verschillende publicaties waarin kaartprojectie slechts zijdelings ter sprake komen, zijn onjuiste beschrijvingen van de mercatorprojectie te vinden. Figuur 1 en 2 geven daarvan voorbeelden: de punten op de bol worden vanuit het middelpunt op een cilinder geprojecteerd die aan de evenaar raakt. Ook trekt men wel lijnen vanuit de as loodrecht op het omringende cilindervlak. Zulke projecties hebben niets te maken met de mercatorprojectie. De enige overeenkomst is dat de kaart die zo ontstaat evenwijdige meridianen heeft en loodrecht daarop een stel evenwijdige breedtecirkels.

Fig. 1-3



Een veelgebruikt kaarttype dat veel op het bovengenoemde lijkt is in de eerste eeuw na Chr. door Marinus van Tyrus voorgesteld. Het is niet zozeer een projectie in de letterlijke zin van het woord, maar een afbeelding: de meridianen waren getekend als een stel evenwijdige lijnen en de breedtecirkels als een stel evenwijdige lijnen daar loodrecht op en op dezelfde afstanden van

elkaar als de meridianen (fig. 3).

Het verschil tussen de afbeelding van Marinus en de mercatorprojectie valt direct op. Bij de mercatorprojectie nemen de afstanden van de breedte'cirkels' geleidelijk toe naarmate ze de pool naderen. Vandaar ook de aanduiding 'kaart met wassende (= toenemende) breedte', zoals de mercatorkaarten ook wel worden genoemd.

## Orthodromen en loxodromen

De kortste afstand van twee punten A en B op een bol is een deel van een grootcirkel (orthodroom). Voor stuurlied op zee was het met de bestaande navigatiemiddelen niet mogelijk deze kortste route van A naar B te volgen (fig. 4). Zij waren aangewezen op hun kompas en als ze van A naar B wilden zeilen, moesten ze een vaste koers (bijvoorbeeld NO) aanhouden. Als we zo'n koers op een globe uitzetten, blijkt deze geen grootcirkel te zijn maar een lijn die de meridianen steeds onder dezelfde hoek snijdt: een deel van een zogeheten loxodroom (letterlijk: scheeflopend). Als we op een bol een loxodroom tekenen, blijkt deze in steeds nauwere windingen in een spiraalvorm naar de pool te draaien zonder ooit in de pool terecht te komen (fig. 5).

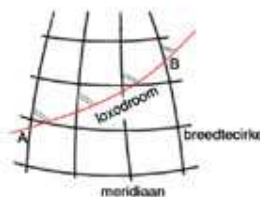


Fig. 4-5

Hoewel een loxodroom van A naar B altijd langer is dan een orthodroom, is het verschil voor niet al te grote afstanden niet zo groot. Stuurlieden hadden daarom behoefte aan kaarten waarop loxodromen als rechte lijnen getekend konden worden. Maar deze bestonden in de tijd van de grote ontdekkingsreizen niet. Wel had de hofmathematicus van de Portugese koning, Pedro Nunes, de zeelui er al op gewezen dat de kortste wegen niet moesten verwarren met wegen met een constante koers (loxodromen). Maar in een publicatie uit 1537 kwam hij om dit te illustreren niet verder dan een schematisch tekeningetje van loxodromen: een kaart waarop loxodromen als rechte lijnen te tekenen waren gaf hij niet. Dit was een vondst die Mercator voor het eerst realiseerde in zijn wereldkaart van 1569.

### Mercators globe uit 1541

Aan boord gebruikte men als navigatiemiddel niet alleen kaarten die al of niet op grond van bepaalde projecties getekend waren, maar ook globes. Een van Mercators specialiteiten was het vervaardigen van globes.

Hij maakte de bollen van een soort papierbrei, ca. 3 mm dik, met daaroverheen een laagje gips. Het geheel werd daarna tot een zo perfect mogelijke bol geschuurd. Op deze bol werden papiersegmenten geplakt waarop het kaartbeeld met bijbehorende meridianen en breedtecirkels was afgedrukt. Het maken van zo'n globe vroeg nogal wat kunde, ervaring en tijd. Mercator heeft er gedurende zijn leven vele gemaakt (foto hiernaast en fig. 6).

In 1541 voltooide hij een globe voor de kanselier van Karel V. Ze had een middellijn van 41,5 cm. Enkele identieke globes zijn bewaard gebleven, onder meer een in het Mercatormuseum van Sint-Niklaas (België) en in het Niederrheinisches Museum in Duisburg (Duitsland). Het bijzondere van deze globe was dat Mercator er op verschillende punten een rozet van loxodromen had ingetekend. Daaruit blijkt dat hij toen al duidelijk inzag, dat stuurlieden op zee daar voordeel van zouden kunnen hebben én dat hij in staat was deze krommen op een boloppervlak te tekenen. We komen hierop nog terug.

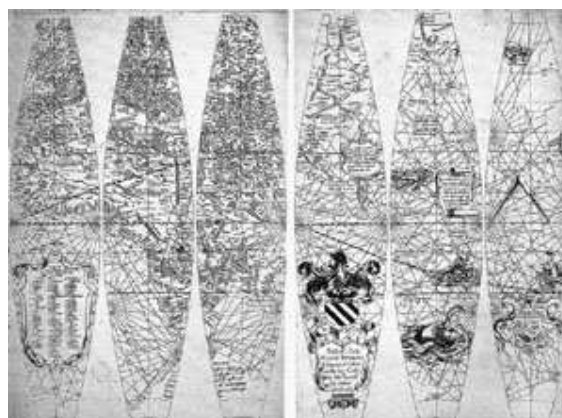


Mercators aardglobe uit 1541 (Mercator-collectie, Sint-Niklaas).

### De wereldkaart van Mercator uit 1569

Bijna dertig jaar na de hier besproken globe brengt Mercator zijn grote wereldkaart (130x210 cm) uit, gedrukt van 24 gegraveerde koperplaten. Enkele exemplaren daarvan zijn bewaard gebleven, waarvan het niet-ingekleurde exemplaar uit Basel het gaafste is. Ook in Rotterdam is een exemplaar (in het maritiem museum Prins Hendrik), dat als atlas uit drie exemplaren van de kaart is samengesteld.

Fig. 6



De titel die Mercator de kaart meegaf is veelzeggend: NOVA ET AUCTA ORBIS TERRAE DESCRIPTIO AD USUM NAVIGANTIUM EMENDATE ACCOMODATA. Hij was dus speciaal vervaardigd voor zeevaarders. Het was niet zijn eerste wereldkaart. Maar ten behoeve van de zeevaarders had hij een lang gekoesterd ideaal verwezenlijkt:

een kaart waarop de stuurman door het trekken van rechte lijnen een vaste koers kon uitzetten. De loxodromen, die op zijn globe uit 1541 nog gekromd waren, zijn op deze kaart getransformeerd tot rechte lijnen! En dit is de grote verdienste van de mercatorprojectie.... een mijlpaal in de geschiedenis van de cartografie.

### **De geboorte van een raadsel**

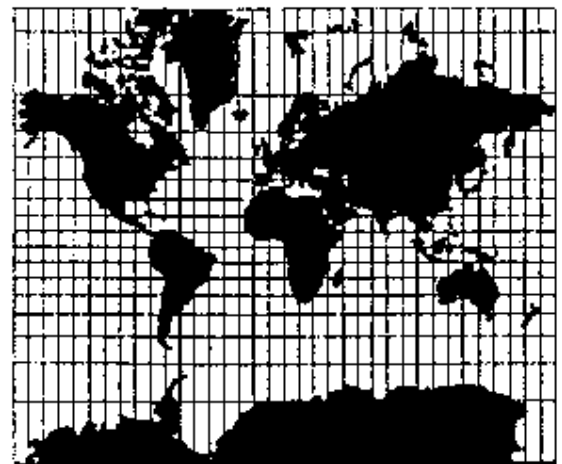
Mercator heeft nooit uitgelegd op welke manier hij de juiste plaats voor de breedtecirkels van zijn wereldkaart vond. Vele latere onderzoekers hebben geprobeerd zijn werkwijze te reconstrueren uit de legende die op de kaart is afgedrukt. Vooral de volgende passage daaruit was bepalend voor de richting van hun onderzoek: ...wij hebben de breedtegraden naar de polen toe geleidelijk vergroot in dezelfde verhouding als de breedtecirkels tot de equator toenemen. Als men deze zin opvat als een manier van construeren, komt dit op het volgende neer (fig. 8).

AB is een graad op de evenaar en DC is een graad op een breedtecirkel. Omdat op de kaart de meridianen evenwijdig lopen, wordt daar DC uitgerekt tot de lengte  $EF = AB$ . De uitrekking in de breedte van ABCD moet nu gecompenseerd worden met een uitrekking in de lengte. Dus DC (deel van een breedtecirkel) moet hoger komen te liggen.

Omdat een exacte wiskundige constructie pas veel later is gevonden, heeft men verschillende benaderingsconstructies bedacht die Mercator toegepast zou kunnen hebben. Deze constructies zijn echter niet zo eenvoudig en voor de hand liggend. In feite gaan zij ver uit boven de kennis van de gemiddelde wiskundige uit Mercators tijd. En het is zeer de vraag of we zelfs Mercator deze beperkte kennis kunnen toeschrijven. Hij had wel samen met Gemma Frisius aan de Universiteit van Leuven gestudeerd en Frisius was in elk geval wiskundig goed geïnformeerd. Mercator hielp Frisius ook met het maken van globes, kaarten en astronomische instrumenten, maar Gemma Frisius was beslist niet zijn leermeester. We weten dat Gemma Frisius Mercator heeft aangeraden de eerste zes boeken van Euclides te bestuderen, omdat deze voor zijn werk van groot nut zouden kunnen zijn. Het is daarmee wel duidelijk dat Frisius hem niet als een veelbelovende leerling beschouwde, maar meer als de praktisch ingestelde en vindingrijke amanuensis. Wel moeten we hierbij de kanttekening plaatsen dat Mercator zeker begiftigd was met een uitzonderlijk gevoel voor wiskunde. We kunnen hem in dit opzicht vergelijken met Leonardo da Vinci of, om dichter bij huis te blijven, met M.C. Escher.

Tegen een benaderingsconstructie die Mercator toegepast zou hebben pleit ook het feit dat Mercator dan ook aangetoond zou moeten hebben dat loxodromen op zijn wereldkaart rechte lijnen zouden zijn en dat is niet zo eenvoudig. De passage uit de legende op de wereldkaart is echter ook op te vatten als een omschrijving van het uiteindelijk zichtbare resultaat: we zien immers de afstand van de breedtecirkels (lijnen) geleidelijk groter worden, hetgeen dan een compensatie is voor het uit elkaar trekken van de meridianen. Of we deze interpretatie aan de tekst mogen geven, is aanvechtbaar. Het is echter blijkens het bovenstaande voor mij ondenkbaar dat we deze passage uit de legende mogen vertalen in een vage omschrijving van een door Mercator toegepaste wiskundige constructie.

Fig. 7



### **Het verband tussen globe en wereldkaart**

Zoals reeds is opgemerkt, had Mercator op zijn globe van 1541 al een aantal rozetten met loxodromen getekend. Hoe hij de juiste vorm daarvoor vond heeft hij nooit beschreven, maar de volgende werkwijze ligt voor de hand. Op een geprepareerde bol, die nog geheel blanco was, werden meridianen en breedtecirkels getekend. Dit kan eenvoudig met passer en een flexibele liniaal. In figuur 9 zijn de evenaar en drie meridianen getekend. We kunnen nu de loxodroom van bijvoorbeeld  $60^\circ$  vanuit A trekken. Dit kan

bijvoorbeeld met behulp van een stukje papier dat één hoek van  $60^\circ$  heeft. Het snijpunt met de volgende meridiaan is  $B'$ .  $AB'$  is nu bij benadering een stukje van de loxodroom van  $60^\circ$ . Dit herhalen we vanuit  $B'$ , waardoor het volgende stukje  $B'C'$  ontstaat. Hoe dichter de meridianen op elkaar staan, des te beter benaderen we de loxodroomkromme van  $60^\circ$ .

Als we op de globe van 1541 de afstand tussen de meridianen  $3^\circ$  nemen, blijkt  $AB$  in figuur 9 iets groter dan 1 cm, zodat bovenstaande methode (niet al te ver van de evenaar) geen technisch hoogstandje is. Mercator ging zeker veel verfijnder te werk. Hier kwam dus weinig wiskunde bij te pas, maar wel veel vakmanschap, waarover hij als een van de beste graveurs van zijn tijd zeker beschikte. Als eenmaal één loxodroom (bijvoorbeeld die van  $60^\circ$ ) nauwkeurig was ingetekend, waren ook de snijpunten van deze loxodroom met de breedtecirkels vastgelegd, zoals in figuur 10 is weergegeven.

De stap van globe naar kaart is nu gemakkelijk te zetten. Het probleem was immers om de afstanden van de breedtecirkels tot de evenaar te vinden. Achteraf blijkt het allemaal nogal vanzelfsprekend, maar zelfs de wiskundig best onderlegde cartografen uit Mercators tijd vonden deze oplossing niet. Het waren Mercators praktische instelling en zijn gevoel voor wiskunde die de oplossing brachten.

Hier volgt, ten overvloede, de beschrijving van de manier waarop met behulp van de globe de kaart kan worden getekend (fig. 11). Links is een deel van de globe getekend met de evenaar en een breedtecirkel. Verder enkele meridianen door  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  en de loxodroom van  $60^\circ$ . We kunnen figuur 11a beschouwen als de afbeelding van een stukje van de globe van Mercator uit 1541. Daarnaast is de kaart getekend: op de evenaar zijn de stukken  $A'B' = AB$ ,  $B'C' = BC$  etc.

Vanuit  $A'$  trekken we een rechte lijn  $l$  die een hoek van  $60^\circ$  maakt met  $A'N$ . Dit is de afbeelding van de  $60^\circ$ -loxodroom op de kaart. Op de bol snijdt deze loxodroom de breedtecirkel van  $30^\circ$  in  $P$ . Lees de oosterlengte van  $P$  af door de meridiaan  $PQ$  te gebruiken. Breng  $AQ$  van de bol over naar  $A'Q'$  op de kaart. Trek op de kaart de meridiaan door  $Q'$  – deze snijdt  $l$  in  $P'$  – en trek door  $P'$  een lijn evenwijdig aan de equator: dit is de afbeelding van de breedtecirkel van  $30^\circ$  op de kaart. Op deze manier zijn alle breedtecirkels op de kaart te tekenen en bovendien hoeft niet achteraf nog bewezen te worden dat loxodromen op de bol als rechte lijnen op de kaart verschijnen.

Een extra aanwijzing dat Mercator voor het tekenen van zijn wereldkaart zijn globe uit 1541 gebruikt heeft is het feit dat de relevante afmetingen op de bol en de kaart zich verhouden als 2:3. Daardoor is het rekenwerk bij het transformeren van de bol in de kaart erg eenvoudig.

Dat kan nauwelijks toeval zijn. Als bovengeschetste werkwijze door Mercator is gevolgd (hetgeen voor mij zeer waarschijnlijk is), was het niet zozeer een kwestie van meetkundige kennis en vaardigheid (die Mercator niet bezat), maar van praktisch vernuft, gevoel voor wiskunde en vakmanschap: eigenschappen die ook zo kenmerkend zijn voor zijn andere prestaties. Overigens heeft Mercator zijn projectie nooit voor de vele kaarten die later kwamen gebruikt.

Fig. 8

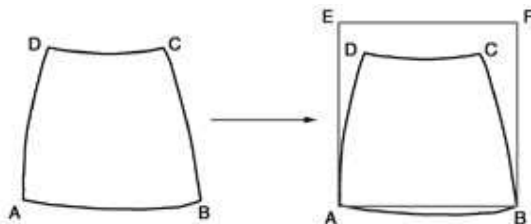
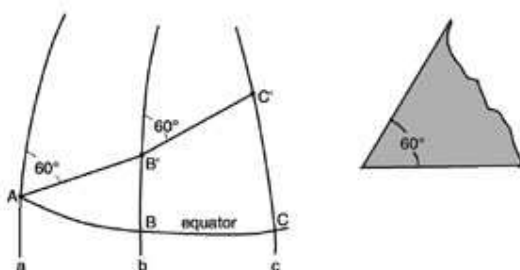


Fig. 9



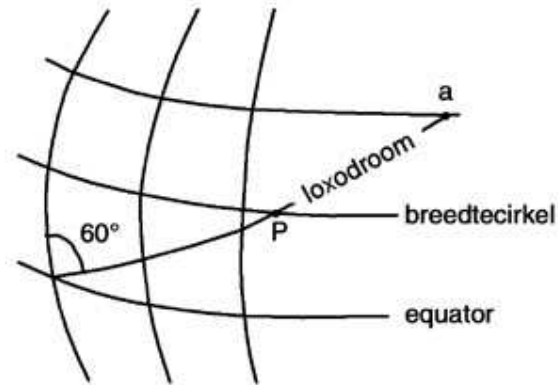


Fig. 10

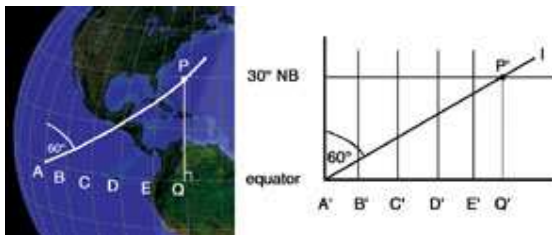


Fig. 11

Maurits Escher heeft twee prenten gemaakt waarop loxodromen duidelijk in beeld worden gebracht: Boloppervlakte met vissen (1958) en de hier afgebeelde Bolspiralen (1958). Het is niet moeilijk in te zien dat Bolspiralen in mercatorprojectie overgaat in een rechthoek met evenwijdige banden die een hoek van ongeveer zestig graden met de evenaar maken.



Praxis der Mathematik, 4/36. Jg 1994.

#### Literatuur

1. Blondeau, R. Mercator van Rupelmonde, Tielt 1993.
2. Scheffers, G en Strubecker, K. Wie findet und zeichnet man Gradnetze von Land- und Sternkarten? Stuttgart 1956. Deze kleine Teubner-uitgave (112 pag.) is bijzonder instructief.
3. Gerhard Mercator zum 450. Geburtstag. Duisburger Forschungen. 6.Band. Duisburg-Ruhrort 1962. Verzameling van negen uitstekende artikelen.
4. Krücken, W. Gerhard Mercator zum 400. Todesjahr. Ist das Rätsel der Mercator-Karte AD USUM NAVIGANTIUM... gelöst? Uit: